

# Repetitionsaufgaben Potenzen und Potenzgleichungen

## Inhaltsverzeichnis

A) Vorbemerkungen.....	1
B) Lernziele.....	1
C) Potenzen.....	2
D) Potenzgleichungen.....	4
E) Aufgaben Potenzen mit Musterlösungen.....	5
F) Aufgaben Potenzgleichungen mit Musterlösungen.....	6

### A) Vorbemerkungen

In dieser Zusammenstellung kommt nur eine Auswahl von Aufgaben zu den Potenzen vor. Es lohnt sich evtl. weitere Aufgaben im Internet oder in Büchern zu lösen, um für die Lernkontrolle gut vorbereitet zu sein.

### B) Lernziele

- Die Potenzgesetze kennen und anwenden können
- Wissen, dass man bei Summen und Differenzen aufpassen muss
- Wissen, dass Potenzen mit negativen Exponenten Brüche sind
- Wissen, dass Wurzeln als Potenzen mit rationalen Exponenten dargestellt werden können
- Potenzgleichungen erkennen und lösen können

**Kantonale Fachschaft Mathematik**

**C) Potenzen**

„Potenzieren  $\hat{=}$  Hochrechnen!“

**Definition**

Für  $a \in \mathbb{R}$  und  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

Der Term  $a^n$  heisst Potenz und ist das Produkt von  $n$  gleichen Faktoren  $a$ :

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$$

$a$  heisst Basis (oder Grundzahl) und  $n$  ist der Exponent (oder die Hochzahl).

**Potenzgesetze**

$a, b \in \mathbb{R} \wedge m, n \in \mathbb{N}$

I  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

Potenzen mit gleichen Grundzahlen werden multipliziert, indem man die gemeinsame Grundzahl mit der Summe der Exponenten potenziert.

II  $a^n \cdot b^n = (ab)^n$

Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert, indem man das Produkt der Basen mit ihrem gemeinsamen Exponenten potenziert.

III  $a^n : a^m = a^{n-m}$  ( $a \neq 0$ )

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die gemeinsame Basis mit der Differenz der Exponenten potenziert.

IV  $a^n : b^n = (a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$  ( $b \neq 0$ )

Potenzen mit gleichen Exponenten werden dividiert, indem man den Quotienten ihrer Grundzahlen mit dem gemeinsamen Exponenten potenziert.

V  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Eine Potenz wird potenziert, indem man ihre Basis mit dem Produkt der Exponenten potenziert.

**Addition und Subtraktion von Potenzen**

Man kann nur gleiche Potenzen (d.h. gleiche Basis und gleicher Exponent) addieren oder subtrahieren!

$$(x+y)^n + 2(x-y)^n - 3(x+y)^n + 4(x-y)^n = 6(x-y)^n - 2(x+y)^n$$

$$3x^4 + 4x^2 - x^4 + 5x^2 = 2x^4 + 9x^2$$

Also beachte:  $2^2 + 2^3 \neq 2^5$  bzw. allgemein  $a^n + a^m \neq a^{n+m}$

**ALSO: ACHTUNG BEI DIFFERENZEN UND SUMMEN!**

**Potenzen mit negativen Exponenten**

Potenzen mit negativen Exponenten sind Brüche (rationale Zahlen)!

Natürliche Zahl oder Bruch	Potenz	Dezimalzahl
625	$5^4$	625
125	$5^3$	125
25	$5^2$	25
5	$5^1$	5
1	$5^0$	1
$\frac{1}{5}$	$5^{-1}$	0.2
$\frac{1}{25} = \frac{1}{5^2}$	$5^{-2}$	0.04
$\frac{1}{125} = \frac{1}{5^3}$	$5^{-3}$	0.008
$\frac{1}{625} = \frac{1}{5^4}$	$5^{-4}$	0.0016

Natürliche Zahl oder Bruch	Potenz	Dezimalzahl
10'000	$10^4$	10'000
1'000	$10^3$	1'000
100	$10^2$	100
10	$10^1$	10
1	$10^0$	1
$\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$	$10^{-1}$	0.1
$\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$	$10^{-2}$	0.01
$\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$	$10^{-3}$	0.001
$\frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4}$	$10^{-4}$	0.0001

**Kantonale Fachschaft Mathematik**

**Neue Definitionen** (siehe Tabellen):

$$a^0 = 1 \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \qquad (a, b \neq 0)$$

Die Potenzgesetze gelten nun auch für  $n, m \in \mathbb{Z}$ .

**Beispiele**

Geben Sie die Resultate als Potenzen mit natürlichen Exponenten an.

- $(2^{-3} \cdot 5^2 \cdot 3^{-1}) : (2^7 \cdot 5^{-3}) = \frac{2^{-3} \cdot 5^2 \cdot 3^{-1}}{2^7 \cdot 5^{-3}} = \frac{5^2 \cdot 5^3}{2^3 \cdot 2^7 \cdot 3^1} = \frac{5^5}{3 \cdot 2^{10}}$
- $\frac{1}{5^{-4}} \cdot 5^3 = 5^4 \cdot 5^3 = 5^7$
- $6^0 : 6^{-2} = \frac{1}{6^{-2}} = 6^2 = 36$
- $\frac{x^{-2}}{y^4} : \frac{xy^2}{a^4} = \frac{1}{x^2 y^4} : \frac{xy^2}{a^4} = \frac{1}{x^2 y^4} \cdot \frac{a^4}{xy^2} = \frac{a^4}{x^3 y^6}$

**Potenzen mit rationalen Exponenten**

Potenzen mit rationalen Exponenten sind Wurzeln!

Wissen:  $a = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$

$a^? \cdot a^? = a^1$ . Was muss für ? dastehen, damit das Potenzgesetz erfüllt ist?  $\frac{1}{2}$ , da  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  ist.

$$a^{\frac{4}{5}} = a^{4 \cdot \frac{1}{5}} = (a^4)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{a^4}$$

**Neue Definitionen**

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad a \in \mathbb{R}_0^+; n \in \mathbb{N} \qquad a \text{ heisst Radikand und } n \text{ Wurzelexponent.}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \qquad a \in \mathbb{R}_0^+; n, m \in \mathbb{N}$$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \qquad a \in \mathbb{R}^+; n, m \in \mathbb{N}$$

Wurzeln können also als Potenzen mit rationalen Exponenten geschrieben werden.

Die Potenzgesetze gelten nun auch für  $n, m \in \mathbb{Q}$ .

**Beispiele**

1. Schreiben Sie als Wurzelzeichen und berechnen Sie:

$$9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3 \qquad 32^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2 \qquad 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$81^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{81^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{1}{3}$$

2. Schreiben Sie mit Wurzelzeichen:

$$2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3} \qquad 2^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2^3}} \qquad -2^{\frac{3}{4}} = -\sqrt[4]{2^3}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$$

**Kantonale Fachschaft Mathematik**

3. Schreiben Sie als Potenz:

$$\sqrt[5]{a^3} = a^{\frac{3}{5}} \quad \sqrt{a^{-4}} = \sqrt{\frac{1}{a^4}} = \frac{1}{a^2} = a^{-2} \quad \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{4}}} = x^{-\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt[9]{y^3} = y^{\frac{3}{9}} = y^{\frac{1}{3}}$$

4. Berechnen Sie mit Hilfe der Potenzgesetze:

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{4}{12} + \frac{3}{12}} = 2^{\frac{7}{12}} = \sqrt[12]{2^7}$$

5. Vereinfachen Sie folgenden Term:

$$\sqrt{\sqrt[3]{a}} = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$$

6. Berechnen Sie:

$$\left(a^{\frac{3}{4}} : a^{\frac{2}{3}}\right) : a = \left(a^{\frac{9}{12}} : a^{\frac{8}{12}}\right) : a^{\frac{12}{12}} = \left(a^{\frac{9}{12} - \frac{8}{12}}\right) : a^{\frac{12}{12}} = a^{\frac{1}{12}} : a^{\frac{12}{12}} = a^{\frac{1}{12} - \frac{12}{12}} = a^{-\frac{11}{12}} = \frac{1}{a^{\frac{11}{12}}} = \frac{1}{\sqrt[12]{a^{11}}}$$

## D) Potenzgleichungen

### Definition

Eine Gleichung der Form  $x^n = a$  heisst Potenzgleichung.

### Diskussion der Lösungen/Beispiele

(1)  $x^n = a$ ,  $n$  ist gerade:

a)  $a > 0$  Zwei Lösungen:  $x_1 = \sqrt[n]{a}$  und  $x_2 = -\sqrt[n]{a}$ .

Bsp.:  $x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow IL = \{-2, 2\}$

$$x^4 = 5 \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{5} \Rightarrow IL = \{\sqrt[4]{5}, -\sqrt[4]{5}\}$$

$$x^4 = 32 \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{32} = \pm \sqrt[4]{2 \cdot 16} = \pm 2 \sqrt[4]{2} \Rightarrow IL = \{2 \sqrt[4]{2}, -2 \sqrt[4]{2}\}$$

b)  $a = 0$  Eine Lösung:  $x = 0$ .

Bsp.:  $x^4 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow IL = \{0\}$

c)  $a < 0$  Keine Lösung.

Bsp.:  $x^4 = -5 \Rightarrow x = \sqrt[4]{-5}$  Keine Lösung in  $\mathbb{R} \Rightarrow IL = \emptyset$

(2)  $x^n = a$ ,  $n$  ist ungerade: Solche Gleichungen haben für jedes  $a$  genau eine Lösung:

a)  $a \geq 0$   $x = \sqrt[n]{a}$

Bsp.:  $x^3 = 8 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow IL = \{2\}$

$$x^3 = 16 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2 \cdot 8} = 2 \sqrt[3]{2} \Rightarrow IL = \{2 \sqrt[3]{2}\}$$

b)  $a < 0$   $x = -\sqrt[n]{|a|}$

Bsp.:  $x^3 = -8 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{|-8|} \Rightarrow x = -2 \Rightarrow IL = \{-2\}$

$$x^3 = -54 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{|-54|} = -\sqrt[3]{54} = -\sqrt[3]{2 \cdot 27} = -3 \sqrt[3]{2} \Rightarrow IL = \{-3 \sqrt[3]{2}\}$$

**Kantonale Fachschaft Mathematik**

Weiteres Beispiel

$$(x-2)^2 = 1 \Leftrightarrow x-2 = \pm 1 \Rightarrow x-2 = 1 \Rightarrow x_1 = 3$$

$$x-2 = -1 \Rightarrow x_2 = 1$$

$$IL = \{1, 3\}$$

**E) Aufgaben Potenzen mit Musterlösungen**

**Aufgaben**

- Schreiben Sie als Potenz
  - $2^5 \cdot 2^{-7}$
  - $c^{-2} : c^m$
  - $(5^3)^{-4}$
  - $(9x)^{-4} : (3x)^{-4}$
- Vereinfachen Sie
  - $\left(\frac{x}{15}\right)^{-2} : \left(\frac{x}{5}\right)^{-3}$
  - $b^{x+4} : (b^x \cdot b^4)$
  - $6x^8 : (8x^2 \cdot 3y^4)$
- Lösen Sie die Gleichung.  $G = \mathbb{R}$ .
  - $x^{-8} = 256$
  - $4^7 \cdot 4^x = 4^2$
- Schreiben Sie als Potenz mit möglichst kleiner Basis
  - $\frac{1}{64}$
  - 0.0001
  - $\frac{1}{3125}$
- Schreiben Sie als Potenz mit rationalem Exponenten oder als ganze Zahl
  - $5^6 : 5^9$
  - $\sqrt[5]{2} : \sqrt[10]{2}$
  - $\sqrt[4]{5} \cdot 5^{0.5}$
  - $\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{9}}$
- Vereinfachen Sie und schreiben Sie mit Wurzelzeichen
  - $\frac{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{b^3}}$
  - $\frac{x}{\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x}}$
  - $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}$
  - $\frac{\sqrt[3]{2y} : \sqrt[3]{y}}{\sqrt{y} : \sqrt[4]{y}}$
- Berechnen Sie
  - $x^{\frac{3}{4}} : \left(x^{\frac{2}{3}} : x\right)$
  - $(x-y)^3 \cdot (y-x)^{-3}$
- Schreiben Sie als Wurzelterm. In der Lösung dürfen keine negativen Exponenten vorkommen.
  - $a^{-\frac{3}{4}}$
  - $\frac{1}{x^{\frac{4}{5}}}$
  - $\left(\frac{1}{m}\right)^{-\frac{5}{7}}$

**Lösungen**

- $2^5 \cdot 2^{-7} = 2^{5-7} = 2^{-2}$
  - $c^{-2} : c^m = c^{-2-m}$
  - $(5^3)^{-4} = 5^{3 \cdot (-4)} = 5^{-12}$
  - $(9x)^{-4} : (3x)^{-4} = \left(\frac{9x}{3x}\right)^{-4} = 3^{-4}$  (Potenzgesetz, dann kürzen!)
- $\left(\frac{x}{15}\right)^{-2} : \left(\frac{x}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{15}{x}\right)^2 : \left(\frac{5}{x}\right)^3 = \frac{15^2}{x^2} : \frac{5^3}{x^3} = \frac{(3 \cdot 5)^2}{x^2} \cdot \frac{x^3}{5^3} = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot x^3}{x^2 \cdot 5^3} = \frac{3^2 \cdot x}{5} = \frac{9}{5} x$
  - $b^{x+4} : (b^x \cdot b^4) = b^{x+4} : b^{x+4} = 1$
  - $6x^8 : (8x^2 \cdot 3y^4) = \frac{6x^8}{8x^2 \cdot 3y^4} = \frac{x^6}{4y^4}$  (kürzen!)
- $x^{-8} = 256 \Leftrightarrow \frac{1}{x^8} = 2^8 \Rightarrow x^8 = \frac{1}{2^8} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow IL = \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$
  - $4^7 \cdot 4^x = 4^2 \Leftrightarrow 4^{7+x} = 4^2$  (Exponentenvergleich)  $\Rightarrow 7+x=2 \Rightarrow x=-5 \Rightarrow IL = \{-5\}$

**Kantonale Fachschaft Mathematik**

4. a)  $\frac{1}{64} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6}$       b)  $0.0001 = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$
- c)  $\frac{1}{3125} = \frac{1}{5^5} = 5^{-5}$
5. a)  $5^{\frac{1}{5}} : 5^{\frac{9}{5}} = 5^{\frac{3}{18}} : 5^{\frac{2}{18}} = 5^{\frac{3-2}{18}} = 5^{\frac{1}{18}} = \sqrt[18]{5}$       b)  $\sqrt[5]{2} : \sqrt[10]{2} = 2^{\frac{1}{5}} : 2^{\frac{1}{10}} = 2^{\frac{2-1}{10}} = 2^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{2}$
- c)  $\sqrt[4]{5} \cdot 5^{0.5} = 5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{4} + \frac{2}{4}} = 5^{\frac{3}{4}} = 5^{\frac{1-2}{4}} = 5^{-\frac{1}{4}}$
- d)  $\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{3^{-1}} \cdot \sqrt[3]{3^{-2}} = (3^{-1})^{\frac{1}{3}} \cdot (3^{-2})^{\frac{1}{3}} = (3^{-1} \cdot 3^{-2})^{\frac{1}{3}} = (3^{-3})^{\frac{1}{3}} = 3^{(-3) \cdot \frac{1}{3}} = 3^{-1}$
6. a)  $\frac{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{b^3}} = \frac{b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{3}{4}}} = b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{3}{4}} = b^{\frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{9}{12}} = b^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{b}$
- b)  $\frac{x}{\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x}} = x^1 \cdot x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{-\frac{1}{4}} = x^{12} \cdot x^{-\frac{8}{12}} \cdot x^{-\frac{3}{12}} = x^{12} = \sqrt[12]{x}$
- c)  $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt{a} : \sqrt[3]{a}} = \frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{3}}} = \frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^{\frac{3}{6} - \frac{2}{6}}} = a^{\frac{5}{6}} \cdot a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{4}{6}} = a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$
- d)  $\frac{\sqrt[3]{2y} : \sqrt[3]{y}}{\sqrt{y} : \sqrt[4]{y}} = \frac{(2y)^{\frac{1}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}}{y^{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3} - \frac{1}{3}}}{y^{\frac{1}{4}}} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{y^{\frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{y}}$
7. a)  $x^{\frac{3}{4}} : \left( x^{\frac{2}{3}} : x \right) = x^{\frac{3}{4}} : x^{\frac{2}{3} - 1} = x^{\frac{3}{4}} : x^{-\frac{1}{3}} = x^{\frac{3}{4} - (-\frac{1}{3})} = x^{\frac{4}{4}} = x$
- b)  $(x-y)^3 \cdot (y-x)^{-3} = \left( -(y-x)^3 \right) \cdot (y-x)^{-3} = -(y-x)^3 \cdot (y-x)^{-3} = -(y-x)^0 = -1$   
 (Eine Zahl hoch Null ergibt 1!)
8. a)  $a^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{a^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$       b)  $\frac{1}{x^{\frac{4}{5}}} = x^{-\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{x^4}$
- c)  $\left( \frac{1}{m} \right)^{-\frac{5}{7}} = \left( \frac{m}{1} \right)^{\frac{5}{7}} = m^{\frac{5}{7}} = \sqrt[7]{m^5}$

**F) Aufgaben Potenzgleichungen mit Musterlösungen**

**Aufgaben**

1. Geben Sie die Lösungsmenge der Gleichungen an:

- a)  $x^4 = 625$       b)  $x^5 + 1024 = 0$       c)  $343 + x^3 = 0$       d)  $x^5 + 17 = -15$
- e)  $x^3 + 12 = 39$       f)  $x^3 - 23 = -13$       g)  $87 + x^5 = 93$       h)  $x^3 + \frac{1}{8} = 0$
- i)  $8x^3 + 27 = 0$       j)  $2x^3 + 0,25 = 0$       k)  $10^3 \cdot x^5 = 10^{-2}$       l)  $12x^3 - 0,768 = 0$

2. Geben Sie die Lösungsmenge an:

- a)  $5x^3 - 20 = 7 - 3x^3$       b)  $65 - 53x^2 = 16 + 47x^2$
- c)  $1,2x^5 + 0,00243 = 0,2x^5$

**Kantonale Fachschaft Mathematik**

3. Beseitigen Sie das Wurzelzeichen durch Potenzieren. Warum ist eine Probe unerlässlich?

- a)  $\sqrt{x} = 11$       b)  $\sqrt{x} = -7$       c)  $\sqrt[3]{x} = -8$       d)  $\sqrt[5]{x} = 1$   
 e)  $\sqrt[3]{2x} = -1$       f)  $4 = \sqrt[3]{-2x}$       g)  $\sqrt[3]{x-1} = 2$       h)  $\sqrt[3]{1-2x} = -0,1$

4. Geben Sie die Lösungsmenge an:

- a)  $(x-3)^2 = 4$       b)  $(2x-1)^2 = 25$       c)  $(x+1)^2 = 9$       d)  $(1-3x)^2 = 49$   
 e)  $(x-4)^3 = 8$       f)  $(1-x)^3 = -27$       g)  $(4x-2)^3 = 64$       h)  $(1-3a)^3 = -125$   
 i)  $(x-1)^2 = 3$       j)  $(1-5y)^2 = 2$       k)  $10 = (2-3t)^3$       l)  $-4 = (4k-1)^3$

**Lösungen**

1. a)  $IL = \{5; -5\}$       b)  $IL = \{-4\}$       c)  $IL = \{-7\}$       d)  $IL = \{-2\}$   
 e)  $IL = \{3\}$       f)  $IL = \{\sqrt[3]{10}\}$       g)  $IL = \{\sqrt[5]{6}\}$       h)  $IL = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$   
 i)  $IL = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$       j)  $IL = \{-0,5\}$       k)  $IL = \left\{\frac{1}{10}\right\}$       l)  $IL = \{0,4\}$
2. a)  $IL = \left\{\frac{3}{2}\right\}$       b)  $IL = \{0,7; -0,7\}$       c)  $IL = \{-0,3\}$
3. a)  $IL = \{121\}$       b)  $IL = \{ \}$       c)  $IL = \{-5; 1; 2\}$       d)  $IL = \{1\}$   
 e)  $IL = \{-0,5\}$       f)  $IL = \{-32\}$       g)  $IL = \{9\}$       h)  $IL = \{0, 5005\}$
4. a)  $(x-3)^2 = 4 \Leftrightarrow x-3 = \pm 2 \Rightarrow x-3 = 2 \Rightarrow x_1 = 5$   
 $x-3 = -2 \Rightarrow x_2 = 1$   
 $IL = \{1, 5\}$
- b)  $(2x-1)^2 = 25 \Leftrightarrow 2x-1 = \pm 5 \Rightarrow 2x-1 = 5 \Rightarrow x_1 = 3$   
 $2x-1 = -5 \Rightarrow x_2 = -2$   
 $IL = \{-2, 3\}$
- c)  $IL = \{-4; 2\}$       d)  $IL = \left\{\frac{8}{3}; -2\right\}$
- e)  $(x-4)^3 = 8 \Leftrightarrow x-4 = 2 \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow IL = \{6\}$
- f)  $(1-x)^3 = -27 \Rightarrow (1-x) = -3 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow IL = \{4\}$
- g)  $(4x-2)^3 = 64 \Leftrightarrow 4x-2 = 4 \Leftrightarrow 4x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow IL = \left\{\frac{3}{2}\right\}$
- h)  $IL = \{2\}$
- i)  $(x-1)^2 = 3 \Leftrightarrow x-1 = \pm\sqrt{3} \Rightarrow x-1 = \sqrt{3} \Rightarrow x_1 = 1+\sqrt{3}$   
 $x-1 = -\sqrt{3} \Rightarrow x_2 = 1-\sqrt{3}$   
 $IL = \{1+\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}\}$
- j)  $IL = \left\{\frac{1-\sqrt{2}}{5}; \frac{1+\sqrt{2}}{5}\right\}$       k)  $IL = \left\{\frac{2-\sqrt[3]{10}}{3}\right\}$
- l)  $IL = \left\{\frac{1-\sqrt[3]{4}}{4}\right\}$